



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΙ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Γ.Π. ΠΑΠΑΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ

ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Ο Ρόλος της Ανάδρασης Why Feedback

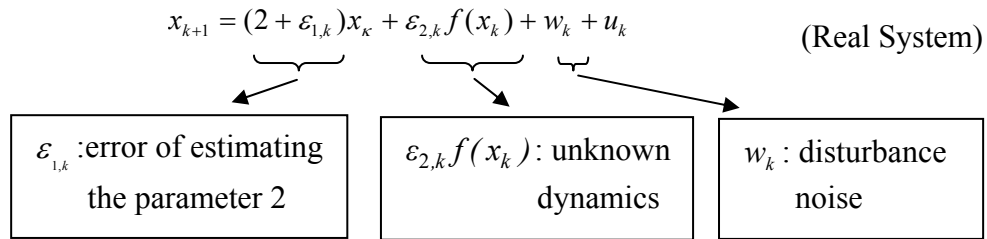
Υπεύθυνος Άσκησης και Συντονισμός:
Δρ. Έλενα Σαρρή

(Ιαν.2010)

Σκοπός Άσκησης

Σκοπός της άσκησης είναι η ανάδειξη της σημασίας του feedback. Η σημασία αυτή καταδεικνύεται όταν υπάρχει θόρυβος ή λάθη μετρήσεων ή κάποιο άγνωστο κομμάτι του συστήματος.

Για παράδειγμα, έστω:



Τα $\varepsilon_{1,k}$, $\varepsilon_{2,k}$, w_k θεωρούνται ως random variables ή unknown constants που γενικά είναι ‘μικρές’.

Κατά τη διάρκεια της σχεδίασης ο controller u_k επιλέγεται ως εάν δεν υπήρχε κάποιο σφάλμα ή άγνωστος στο σύστημα, δηλαδή, $\varepsilon_{1,k} = \varepsilon_{2,k} = w_k = 0, \forall k$, και διαλέγουμε το u_k ώστε να ικανοποιούνται κάποια design specifications (stability, overshoot, κ.λ.π.) ή να λύνει κάποιο πρόβλημα optimal control. Το u_k όμως εφαρμόζεται στο πραγματικό σύστημα (Real System). Τίθεται λοιπόν το ερώτημα πώς θα λειτουργήσει το Real System όταν το u_k σχεδιάστηκε χρησιμοποιώντας το ιδεατό σύστημα (δηλ. $\varepsilon_{1,k} = \varepsilon_{2,k} = w_k = 0$); Ποιά θα είναι η συνέπεια της χρήσης Open Loop η Closed Loop ελεγκτή στο Real System;

Πιο αφηρημένα: Έστω ότι το w_k είναι κάποιο disturbance.

$$x_{k+1} = f(x_k, \gamma_1(k, x_k), k, w_k), \text{Closed Loop}$$

$$x_{k+1} = f(x_k, \gamma_2(k, x_0), k, w_k), \text{Open Loop}$$

Τι είναι καλύτερο -σχετικά με την ικανοποίηση κάποιου σκοπού-να διαλέξω: Closed Loop δηλαδή γ_1 , η Open Loop δηλαδή γ_2 ;

Πρόβλημα I.

Δίνεται το σύστημα

$$x_{k+1} = 2x_k + u_k$$

x_0 : δεδομένο

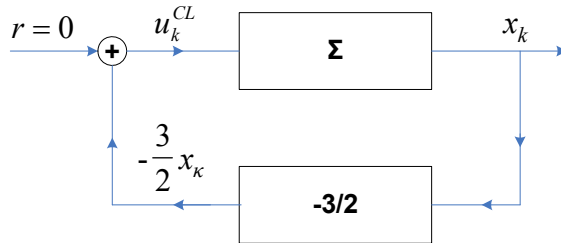


Fig. 1: Closed Loop

$$x_{k+1} = 2x_k + u_k^{CL}$$

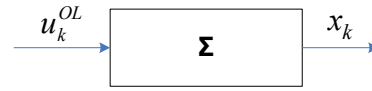


Fig. 2: Open Loop

$$x_{k+1} = 2x_k + u_k^{OL}$$

Closed Loop

Έστω ότι στο Closed Loop (CL) σύστημα του Fig. 1 ο ελεγκτής επιλέγεται με βάση κάποια απαίτηση (π.χ. stability), ως:

$$u_k^{CL} = -\frac{3}{2}x_k = \gamma_1(k, x_k)$$

τότε $x_{k+1}^{CL} = 2x_k^{CL} - \frac{3}{2}x_k^{CL} = \frac{1}{2}x_k^{CL}$

Τροχιά: $x_k^{CL} = \left(\frac{1}{2}\right)^k x_0$ (ευσταθές $\rightarrow 0$)

Τιμές του ελεγκτή: $-\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^k x_0$

Open Loop

Έστω ότι επιλέγεται ο ελεγκτής στο Open Loop (OL) σύστημα του Fig. 2

$$u_k^{OL} = -\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^k x_0 = \gamma_2(k, x_0)$$

Τι παρατηρείτε για τα δύο συστήματα Closed Loop (CL) σύστημα του Fig. 1 και Open Loop (OL) σύστημα του Fig. 2;

Πρόβλημα II.

Έστω ότι ο συντελεστής 2 έχει μετρηθεί με ένα μικρό σφάλμα ε , που είναι άγνωστο, δηλαδή

$$x_{k+1} = (2 + \varepsilon)x_k + u_k$$

Τότε προκύπτει:

το Closed Loop System (Fig. 1) είναι: $x_{k+1} = (2 + \varepsilon)x_k + u_k^{CL}$

το Open Loop System (Fig. 2) είναι: $x_{k+1} = (2 + \varepsilon)x_k + u_k^{OL}$

δηλαδή

$$\text{Closed Loop System: } x_{k+1} = (2 + \varepsilon)x_k - \frac{3}{2}x_k \rightarrow x_k^{CL}$$

$$\text{Open Loop System: } x_{k+1} = (2 + \varepsilon)x_k - \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^k x_0 \rightarrow x_k^{OL}$$

Να ευρεθούν τα x_k^{CL} και x_k^{OL} ως συναρτήσεις του ε και να συγκριθούν μεταξύ τους και με αυτά που βρήκατε στο Πρόβλημα I, όπου $\varepsilon=0$.

Πρόβλημα III.

Έστω ότι στο σύστημα υπάρχει θόρυβος, δηλαδή

$$x_{k+1} = 2x_k + u_k + w_k$$

όπου οι θόρυβοι w_0, w_1, \dots, w_k είναι ανεξάρτητες Gaussian μεταβλητές με mean=0 και variance= σ , ($E(w_k) = 0, E(w_k^2) = \sigma$). Τότε προκύπτει:

$$\text{το Closed Loop System (Fig. 1) είναι: } x_{k+1} = 2x_k + u_k^{CL} + w_k \rightarrow x_k^{CL}$$

$$\text{το Open Loop System (Fig. 2) είναι: } x_{k+1} = 2x_k + u_k^{OL} + w_k \rightarrow x_k^{OL}$$

Να ευρεθούν τα x_k^{CL} και x_k^{OL} ως συναρτήσεις των w_k και να υπολογιστούν τα means και variances τους. Να συγκριθούν μεταξύ τους και με αυτά του Προβλήματος I όπου $w_k=0$.

Πρόβλημα IV.

Έστω ότι στο σύστημα υπάρχουν μικρά σφάλματα στον προσδιορισμό του συντελεστή 2 αλλά και θόρυβος του συστήματος, δηλαδή

$$x_{k+1} = (2 + \varepsilon_k)x_k + u_k + w_k$$

όπου οι θόρυβοι w_k και τα σφάλματα ε_k είναι ανεξάρτητες Gaussian μεταβλητές με mean=0 και variance σ_1 και σ_2 αντίστοιχα. Δηλαδή

$$(E(w_k) = 0, E(w_k^2) = \sigma_1)$$

$$(E(\varepsilon_k) = 0, E(\varepsilon_k^2) = \sigma_2)$$

Δημιουργείστε τουλάχιστον 3 διαφορετικά trajectories για το Closed Loop System (Fig. 1) x_k^{CL} και το Open Loop System (Fig. 2) x_k^{OL} , χρησιμοποιώντας το Matlab ή κάποιο άλλο software tool και κατάλληλα random number generators για τα w_k και ε_k . Χρησιμοποιείστε,

σ_1	0.01	0.01	0.01	0.01	0.05	0.1	1	1
σ_2	0.01	0.05	0.1	1	0.01	0.01	0.01	1
x_0	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2
x_0	2	2	2	2	2	2	2	2

Σχολιάστε τα αποτελέσματα.

Πρόβλημα V.

Θεωρείστε το σύστημα με unknown dynamics:

$$x_{k+1} = 2x_k + \varepsilon_k \sin x_k + u_k.$$

Δημιουργείστε τουλάχιστον 3 διαφορετικά trajectories για το Closed Loop System (Fig. 1) x_k^{CL} και το Open Loop System (Fig. 2) x_k^{OL} , χρησιμοποιώντας το Matlab ή κάποιο άλλο software tool, όταν:

i) ε_k χρονικά αμετάβλητο,

$$\varepsilon_k = \varepsilon \quad \left\| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} 0.01 & 0.05 & 0.1 & 0.8 & 1 & 1.5 \end{array} \right.$$

ii) τα σφάλματα $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_k$ είναι ανεξάρτητες Gaussian μεταβλητές με mean=0 ($E(\varepsilon_k) = 0$) και variance $E(\varepsilon_k^2)$. Χρησιμοποιείστε,

$E(\varepsilon_k^2)$	0.01	0.05	0.1	0.5	1	1.5
x_0	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2
x_0	2	2	2	2	2	2

Σχολιάστε τα αποτελέσματα.

Πρόβλημα VI.

Θεωρείστε το σύστημα με μικρό σφάλμα στην εκτίμηση του συντελεστή 2 ($\varepsilon_{1,k}$), με κάποιο άγνωστο κομμάτι του συστήματος ($\varepsilon_{2,k} \sin x_k$) και θόρυβο (w_k):

$$x_{k+1} = (2 + \varepsilon_{1,k})x_k + \varepsilon_{2,k} \sin x_k + u_k + w_k$$

Για δικές σας επιλογές των $\varepsilon_{1,k}$, $\varepsilon_{2,k}$, w_k , x_0 συγκρίνετε τις τιμές του παραγόμενου x_k , με αυτές του Προβλήματος I, για Closed Loop και Open Loop επιλογές του ελεγκτή.

Πρόβλημα VII.

Στο πλαίσιο της παρούσας άσκησης, προσπαθήστε να θέσετε καινούργια ερωτήματα που θεωρείτε ενδιαφέροντα.

Μελλοντική μελέτη σχετική με τα θέματα που θίγονται στην άσκηση:

Sensitivity, Reduction, Robustness, StochasticControl, AdaptiveControl, Stability Theory, Stochastic Stability